

BANCO CENTRAL DE LA REPUBLICA DOMINICANA
DEPARTAMENTO DE ESTUDIOS ECONOMICOS

CURSO DE CONTABILIDAD SOCIAL

EL MODELO DE INSUMO PRODUCTO

F
RD
2822

Pedro Vuskonic Bravo

SANTO DOMINGO, R.D.
Febrero 1978

BANCO CENTRAL DE LA REPUBLICA DOMINICANA
BIBLIOTECA

201540

1. ANTECEDENTES GENERALES SOBRE EL MODELO 1 DE INSUMO-PRODUCTO

1. El modelo y el concepto de cuentas nacionales

El método de insumo-producto constituye en esencia un complemento de las cuentas nacionales. En el caso de éstas, se está interesado en el resultado final de la actividad económica, prescindiendo -a fin de evitar duplicaciones en el cómputo del ingreso nacional- de las transacciones que han tenido lugar entre los distintos sectores productivos. En cambio, el examen de estas transacciones -y por lo tanto de la interdependencia existente entre los sectores- es lo que constituye el objetivo principal de un modelo de insumo-producto.

Examínese, por ejemplo, a través de un esquema muy sencillo, la forma en que se calcularía el producto (geográfico) bruto a precios de mercado. En tal caso, el problema consistiría básicamente en el cálculo del valor agregado por ramas de actividad económica, partiendo del valor bruto de la producción y deduciendo los pagos efectuados a otros sectores por concepto de compras de materias primas y productos intermedios o por otros servicios. Admítase que la producción total de bienes y servicios pudiera agruparse en sólo tres sectores: agricultura, industria y servicios. Una ilustración simplificada del cálculo del valor agregado podría ser la siguiente:

Agricultura

Valor bruto de la producción		100
Menos: Semillas	5	
Abonos	10	
Servicios	10	25
Valor agregado		75

Industria

Valor bruto de la producción		150
Menos: Materias primas agrícolas	30	
Productos intermedios manufacturados	40	
Servicios	10	80
Valor agregado		70

Servicios

Valor bruto de la producción		140
Menos: Productos intermedios manufacturados		10
Valor agregado		130

Así pues, el valor total y la composición sectorial del producto bruto estaría dada entonces por:

Agricultura	75
Industria	70
Servicios	<u>130</u>

Producto bruto total 275

Puede observarse claramente cómo a través del cálculo se ha evitado toda duplicación. De este modo, por ejemplo, se ha excluido de la producción industrial el valor de las materias primas provenientes de la agricultura, que ya estaban computadas en el valor bruto de la producción de este último sector. En otras palabras, esto significa que el producto bruto representa una medición del valor de los bienes finales, es decir de aquellos bienes no sujetos ya a transformaciones posteriores. Puede comprobarse fácilmente clasificando la producción bruta de cada sector en la parte vendida a otros sectores, ventas a demanda intermedia, y la parte de la producción vendida fuera de los sectores productivos, ventas a demanda final, como bienes de consumo o inversión:

Agricultura

Valor bruto de la producción		100
Ventas intermedias: A la propia agricultura (semillas)	5	
A la industria	<u>30</u>	<u>35</u>
Ventas finales		65

Industria

Valor bruto de la producción		150
Ventas intermedias: A la agricultura (abonos)	10	
A la propia industria	40	
A servicios	<u>10</u>	<u>60</u>
Ventas finales		90

Servicios

Valor bruto de la producción		140
Ventas intermedias: A la agricultura	10	
A la industria	<u>10</u>	<u>20</u>
Ventas finales		120

Total de ventas finales

Agricultura	65
Industria	90
Servicios	<u>120</u>
Total	275

Cabe señalar que la igualdad entre producto bruto y valor de los bienes finales se cumple sólo en un sentido agregativo, pero no en el nivel sectorial. En efecto, la contribución relativa de un sector al producto bruto puede ser muy importante, aunque sea escasa su contribución a la disponibilidad de bienes finales, como ocurriría en el caso de una actividad dedicada principalmente a la producción de bienes intermedios, que en definitiva se terminan de elaborar por otros sectores.

Industria

Valor bruto de la producción		150
Menos: Materias primas agrícolas	30	
Productos intermedios manufacturados	40	
Servicios	10	80
Valor agregado		70

Servicios

Valor bruto de la producción		140
Menos: Productos intermedios manufacturados		10
Valor agregado		130

Así pues, el valor total y la composición sectorial del producto bruto estaría dada entonces por:

Agricultura	75
Industria	70
Servicios	<u>130</u>

Producto bruto total 275

Puede observarse claramente cómo a través del cálculo se ha evitado toda duplicación. De este modo, por ejemplo, se ha excluido de la producción industrial el valor de las materias primas provenientes de la agricultura, que ya estaban computadas en el valor bruto de la producción de este último sector. En otras palabras, esto significa que el producto bruto representa una medición del valor de los bienes finales, es decir de aquellos bienes no sujetos ya a transformaciones ulteriores. Puede comprobarse fácilmente clasificando la producción bruta de cada sector en la parte vendida a otros sectores, ventas a demanda intermedia, y la parte de la producción vendida fuera de los sectores productivos, ventas a demanda final, como bienes de consumo o inversión:

Agricultura

Valor bruto de la producción		100
Ventas intermedias: A la propia agricultura (semillas)	5	
A la industria	<u>30</u>	<u>35</u>
Ventas finales		65

Industria

Valor bruto de la producción		150
Ventas intermedias: A la agricultura (abonos)	10	
A la propia industria	40	
A servicios	<u>10</u>	<u>60</u>
Ventas finales		90

Servicios

Valor bruto de la producción		140
Ventas intermedias: A la agricultura	10	
A la industria	<u>10</u>	<u>20</u>
Ventas finales		120

Total de ventas finales

Agricultura	65
Industria	90
Servicios	<u>120</u>
Total	275

Cabe señalar que la igualdad entre producto bruto y valor de los bienes finales se cumple sólo en un sentido agregativo, pero no en el nivel sectorial. En efecto, la contribución relativa de un sector al producto bruto puede ser muy importante, aunque sea escasa su contribución a la disponibilidad de bienes finales, como ocurriría en el caso de una actividad dedicada principalmente a la producción de bienes intermedios, que en definitiva se terminan de elaborar por otros sectores.

En cambio la finalidad de un modelo de insumo-producto sería la de considerar explícitamente las transacciones inter-sectoriales, que han sido eliminadas en el cálculo anterior. Sobre la base del mismo ejemplo ilustrativo podría así construirse una matriz de insumo-producto, en la que se incluiría registro completo de esas transacciones:

CUADRO DE INSUMO-PRODUCTO

Distribución de la producción	Composición de los insumos			Total ventas a sectores productivos	Demanda final	Producción bruta
	Agricultura	Industrias	Servicios			
Agricultura	5	30		35	65	100
Industria	10	40	10	60	90	150
Servicios	10	10		20	120	140
Total insumos	25	80	10	115		
Valor agregado (Producto bruto)	75	70	130		275	
Producción bruta	100	150	140			390

Con fines de simplificación, se está suponiendo hasta el momento una economía cerrada, sin comercio exterior.

2. PRINCIPALES CARACTERISTICAS DE UN CUADRO DE INSUMO-PRODUCTO

Como puede observarse, un cuadro de insumo-producto no constituye en último término sino un registro de todas las transacciones efectuadas en la economía durante un cierto período de tiempo, comprendiendo tanto las que han tenido lugar entre los sectores productivos como las ventas a sectores de demanda final.

El registro mismo se efectúa en forma de un cuadro de doble entrada, en cuyas filas (en sentido horizontal) se indica la distribución de la producción -o sea las ventas- de cada sector; en cambio en las columnas (en sentido vertical) quedan indicados los insumos -o compras- de cada sector. Por supuesto, las sumas totales en uno y otro sentido deberán coincidir, puesto que las ventas de un sector determinado

constituyen compras efectuadas por otro sector. Si se añaden a los insumos los pagos efectuados a los factores productivos (o sea el valor agregado o producto bruto) y se toman en cuenta las ventas finales la igualdad tendrá que cumplirse también entre las sumas de la columna y fila correspondiente a cada sector, que en ambos casos igualarán a la producción bruta. Finalmente, por definición misma del producto bruto, la suma de los valores agregados deberá coincidir con la suma de las ventas finales.

Generalizando el ejemplo que acaba de examinarse, podría describirse un cuadro de insumo-producto en la siguiente forma:

Distribución de la producción	Composición de los insumos	Transacciones inter-industriales				Demanda final	Producción bruta
		A	B	C	D		
A		x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	Y_1	X_1
B		x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	Y_2	X_2
C		x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	Y_3	X_3
D		x_{41}	x_{42}	x_{43}	x_{44}	Y_4	X_4
-		-	-	-	-	-	-
-		-	-	-	-	-	-
-		-	-	-	-	-	-
-		-	-	-	-	-	-

En términos más generales, x_{ij} representaría las ventas de una industria cualquiera i a una industria cualquiera j ; o bien, considerado desde el punto de vista de los insumos, las compras de una industria cualquiera j provenientes de una industria cualquiera i . Y_i representaría la demanda final para productos provenientes de una industria cualquiera i ; y finalmente, X_i simbolizaría el valor bruto de la producción de cualquiera de los sectores incluidos en el modelo.

3. LA UTILIDAD DEL MODELO

Es evidente que un cuadro de esta naturaleza tendría un considerable interés en sí mismo, por las informaciones de tipo descriptivo que recoge en forma resumida: disponibilidad de los distintos tipos de productos, clasificados por industrias de origen; distribución de la producción bruta entre bienes finales e intermedios; estructura de costos de los diferentes sectores e interdependencia de los mismos, etc. Pero no es esa finalidad descriptiva la más importante. La mayor utilidad del modelo radica en que al ofrecer una cuantificación de las interrelaciones de los diversos sectores de la economía permite examinar las repercusiones que sobre cada uno de esos sectores tendría una modificación cualquiera de la demanda final.

Lo anterior se comprenderá mejor si se piensa en el carácter de lo que se ha calificado como demanda intermedia -es decir, de las transacciones que tienen lugar entre los sectores productivos- y como demanda final, constituida por aquellos bienes no sujetos ya a transformaciones ulteriores. Dentro de esta última cabe distinguir entre bienes de consumo, bienes de capital y productos de exportación. En lo que atañe a los bienes de consumo, su demanda puede modificarse a consecuencia de cambios en el ingreso por habitante, de variaciones en la distribución del mismo, de alteraciones en los precios relativos, etc. En cualquier caso, si se admite una hipótesis determinada sobre las variaciones de esos factores, es posible anticipar su probable incidencia sobre la demanda de un bien dado mediante la utilización de coeficientes de elasticidad-ingreso o elasticidad-precio de esa demanda u otros medios de naturaleza similar. Algo semejante ocurre con los bienes finales destinados a la inversión, cuyas necesidades futuras pueden estimarse a base de los planes de mecanización agrícola, de los proyectos específicos para la creación o ampliación de determinadas industrias, de la utilización de relaciones de producto-capital para los distintos sectores, etc. Por último, las variaciones de la demanda final de exportaciones pueden estimarse sobre la base de las condiciones imperantes en los mercados externos y los recursos de que dispone el país para incrementar esa producción.

Esto es en esencia lo que se hace al aplicar la técnica de análisis y proyecciones del desarrollo económico elaborada por la CEPAL, en la que se parte de hipótesis sobre el posible ritmo de crecimiento futuro del ingreso por habitante, se examinan luego las modificaciones que tal aumento podría determinar en la parte de la demanda final que corresponde a bienes de consumo, se analizan las perspectivas de crecimiento de las industrias productoras de bienes de capital y se formulan proyecciones relativas a las exportaciones y la capacidad para importar. En suma, se utilizan criterios objetivos que permiten estimar las necesidades de producción de los diversos tipos de bienes

que integran la demanda final a consecuencia de un determinado crecimiento del ingreso por habitante.

De acuerdo con la naturaleza de los criterios mencionados, puede considerarse que la demanda final es en cierto sentido una demanda autónoma. En cambio, no ocurre lo mismo con las demandas intermedias, que son esencialmente derivadas, y dependientes de los niveles de aquélla. En efecto, a menos que ocurran cambios tecnológicos a que se hace referencia después, no se concibe una modificación de las transacciones inter-industriales, sino como resultado de cambios en la demanda final. Justamente a la necesidad de cuantificar las modificaciones que tendrían que experimentar las demandas intermedias como resultado de un cambio en la demanda final es a lo que responde un modelo de insumo-producto. Puesto que la suma de la demanda intermedia y la demanda final es igual a la producción bruta, lo anterior no es sino otra manera de decir que lo que procura el modelo es permitir una cuantificación de la producción bruta que tendrían que alcanzarse en cada sector para poder satisfacer una demanda final dada. En otras palabras, el modelo de insumo-producto tiende a ilustrar la forma en que tiene que modificarse todo el flujo de transacciones inter-industriales -y, por lo tanto, los niveles de producción bruta- para poder hacer frente a un cambio dado del nivel o composición de la demanda final, así como a proporcionar los instrumentos de cálculo que permitan cuantificar esas modificaciones.

En este aspecto, el modelo tiene necesariamente que ajustarse a ciertos supuestos básicos. El más importante de ellos es el de que una determinada producción requiere proporciones específicas de insumos; en otras palabras, se supone que no ocurrirán cambios tecnológicos que afecten la estructura productiva de los diversos sectores, tales como la sustitución de ciertos insumos por otros diferentes.⁴ Aun más, con propósitos de simplificación se supone también que la relación funcional entre insumos y producción bruta es de carácter lineal, es decir, que todos los insumos correspondientes a cada uno de los sectores tendrán que variar en la misma proporción en que se modifique la producción bruta de ese sector. Esta última condición podría indicarse mediante la expresión:

$$x_{ij} = a_{ij} X_j$$

es decir, que las compras que una industria cualquiera debefectuuar de productos intermedios provenientes de un sector cualquiera i son iguales a la producción bruta de la industria j multiplicada por un

⁴Cabe anotar que los cambios tecnológicos a que se hace referencia se limitan a los que afectan a la composición de los insumos de los diversos sectores, pero no necesariamente a los equipos o técnicas utilizados en la producción.

cierto coeficiente que se supone constante. Los coeficientes de esta índole se designan "coeficientes técnicos" o "coeficientes de insumo-producto", y naturalmente su número será igual al de los casilleros contenidos en la parte de relaciones inter-industriales del cuadro inicial.⁵

De acuerdo con la definición anterior, los coeficientes técnicos se obtienen como cocientes entre cada insumo y el valor bruto de la producción del respectivo sector. En otras palabras, un coeficiente técnico representa el monto de las compras de productos intermedios que tiene que efectuar un sector y que provengan de otro sector determinado, para producir una unidad. Según los símbolos utilizados, esta condición puede resumirse en la expresión:

$$a_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_j}$$

En último término, los coeficientes técnicos de insumo producto reflejan, pues, la estructura de costos de cada industria y, en consecuencia, dependen de los insumos y de la producción bruta de cada sector, sin estar relacionados directamente con la demanda final de productos provenientes del mismo. Esta última, como elemento autónomo, será considerada posteriormente, para determinar las necesidades de producción bruta y los insumos que por tanto se requerirán. En el cuadro siguiente se incluyen los coeficientes del insumo-producto que resultarían para el ejemplo numérico presentado en párrafos anteriores:

⁵En términos generales, podría ilustrarse una matriz de coeficientes técnicos en la siguiente forma:

Ventas de bienes intermedios \ Compras de bienes intermedios	Compras de bienes intermedios			
	A	B	C	D
A	a ₁₁	a ₁₂	a ₁₃	a ₁₄
B	a ₂₁	a ₂₂	a ₂₃	a ₂₄
C	a ₃₁	a ₃₂	a ₃₃	a ₃₄
D	a ₄₁	a ₄₂	a ₄₃	a ₄₄
.
.
.
.

MATRIZ DE COEFICIENTES TECNICOS O DE INSUMO PRODUCTO

Necesidades de insumos por unidad de producción bruta \ Procedencia de los insumos	Agricultura	Industria	Servicios
	Agricultura	0,050.000	0,200.000
Industria	0,100.000	0,266.667	0,071.429
Servicios	0,100.000	0,066.667	-

Examínese ahora la forma en que podría utilizarse la matriz de coeficientes de insumo-producto para cuantificar los efectos de una modificación de la demanda final sobre los niveles de producción bruta de los distintos sectores. Supóngase para ello que el único cambio consista en un aumento de 20 unidades en la demanda final de productos agrícolas. Por supuesto, el efecto inmediato sería que la producción bruta de la agricultura tendría que aumentar en un monto igual al de esta mayor demanda final. Pero ello no sería todo, ya que para producir estas 20 unidades adicionales la agricultura requeriría insumos provenientes del mismo sector iguales a 1 unidad (20 - demanda final - multiplicado por 0.05 - coeficiente técnico respectivo -), así como de 2 unidades de productos manufacturados y 2 unidades de servicios. A su vez, la nueva unidad de producción agrícola requeriría insumos adicionales de la propia agricultura, la industria y los servicios; también la producción de los tres sectores tendría que ampliarse para satisfacer los insumos que requerirían las 2 nuevas unidades de producción de la industria y de los servicios; y así sucesivamente.

Las siguientes cifras muestran un detalle de las primeras etapas del cálculo de los aumentos requeridos en la producción bruta de cada uno de los sectores para satisfacer la mayor demanda final de 20 unidades de productos agrícolas:

$$X_n = A_{n1} Y_1 + A_{n2} Y_2 + A_{n3} Y_3 + \dots + A_{nm} Y_m$$

Como puede observarse, el valor bruto de la producción de cada sector aparece expresado esta vez en función de las demandas finales de todos los sectores y de ciertos coeficientes -que pueden simbolizarse por A_{ij} - que se obtienen mediante la inversión de la matriz mencionada. Conocidos estos coeficientes, se podría formular cualquier hipótesis sobre la demanda final y calcular con gran sencillez la producción bruta que sería necesario alcanzar en cada sector para satisfacerla. Esto quiere decir que tales coeficientes toman en cuenta no sólo las necesidades de producción para satisfacer la demanda final, sino también toda la cadena de reacciones que ello determina en las transacciones inter-sectoriales: de ahí que se les designe como "coeficientes de requisitos directos e indirectos por unidad de demanda final".

Como un resumen de los comentarios anteriores, conviene examinar ahora las operaciones prácticas que requeriría una aplicación del modelo. Una primera etapa tendría que comprender las diversas fases de la preparación y elaboración de los antecedentes básicos: a) la construcción -sobre un período para el que se disponga de las informaciones estadísticas necesarias- del cuadro inicial de relaciones inter-industriales; b) el cómputo de los coeficientes técnicos de insumo-producto; y c) la inversión de la matriz que conduce al cuadro de coeficientes de requisitos directos e indirectos por unidad de demanda final. La segunda etapa comprendería ya la utilización misma del modelo, y los cálculos que habría que efectuar dependerían naturalmente de las finalidades específicas que se persigan en el análisis. Admitase con fines puramente ilustrativos que el propósito -como ocurriría en el caso de la técnica de programación- consiste en examinar todas las repercusiones que tendría una modificación sustancial del nivel y composición de la demanda final originada en una variación del nivel de ingreso por habitante. En tal caso, sería necesario: a) precisar los nuevos valores de la demanda final para cada uno de los sectores utilizando los criterios objetivos que corresponde (coeficientes de elasticidad-ingreso, relaciones producto-capital, etc.); b) utilizar esos nuevos valores de la demanda final y el cuadro de coeficientes de requisitos directos e indirectos por unidad de demanda final para determinar el valor bruto de la producción de cada sector; y c) utilizar los nuevos valores brutos de la producción por sectores y el cuadro de coeficientes técnicos de insumo-producto para determinar el monto de todas y cada una de las transacciones intersectoriales que tendrían que tener lugar para que existiera la necesaria compatibilidad con los nuevos niveles y composición de la producción bruta y la demanda final.

5. UN METODO SIMPLIFICADO PARA LA INVERSION DE LA MATRIZ

Hasta ahora solamente se ha mencionado de paso que el cuadro de coeficientes de requisitos directos e indirectos por unidad de demanda final se obtendría mediante la inversión de la matriz de coeficientes técnicos. Esta es una operación teóricamente muy simple, pero de una complejidad de cálculo aritmético que crece con extraordinaria rapidez a medida que aumenta el número de sectores incluidos, hasta el punto de hacer necesaria -aun para un número relativamente moderado de sectores- la utilización de computadores electrónicos.

Puesto que es ésta una de las dificultades de orden práctico que podría contribuir a desalentar el desarrollo de trabajos de esta índole en América Latina, parece conveniente abrir aquí breve paréntesis para examinar un método que -al soslayar un cálculo directo- puede permitir abordar el problema en forma relativamente simple y rápida.⁸

El procedimiento se basa fundamentalmente en el significado de los coeficientes de requisitos directos e indirectos. Lo que en definitiva se quiere expresar mediante estos coeficientes son las necesidades de producción bruta de cada sector para satisfacer una unidad de demanda final. Las repercusiones que tendría cualquier otro valor de la demanda final podrían de este modo calcularse por simple multiplicación de esa nueva demanda final por los coeficientes respectivos. El procedimiento de inversión de la matriz a que se ha hecho referencia constituiría una solución simultánea y precisa del problema; en vista de las dificultades anotadas, lo que se propondrá aquí es una solución que permita llegar a resultados similares en forma aproximada y procediendo por etapas, en las que sucesivamente se irá suponiendo como igual a la unidad la demanda final de cada uno de los sectores.

El método de cálculo consistiría en tal caso en una serie de aproximaciones sucesivas, en forma similar al ejemplo mencionado en páginas anteriores al describir los efectos que tendría un incremento de 20 unidades en la demanda final de productos agrícolas. El razonamiento sería el siguiente:

a) si la demanda final de un primer sector es igual a la unidad, la exigencia inmediata de producción de ese sector será 1;

b) para producir 1, el sector respectivo debe insumir bienes

⁸El método que se describió fue elaborado por Victor Ochoaenius y aplicado originalmente a la matriz incluida en el capítulo sobre el sector industrial del estudio "El desarrollo económico de Colombia" (E. C. N. 12/365), que será tomo III de la serie "Análisis y proyecciones del desarrollo económico" iniciada por la Comisión Económica para América Latina.

provenientes de éste y de los otros sectores, cuyo valor será igual a la magnitud de los respectivos coeficientes técnicos de insumo-producto;

c) lo anterior significa incrementos de la producción bruta de todos los sectores, lo que, a su vez, exige nuevos insumos, etc.

El proceso se continúa de esta manera hasta que los nuevos incrementos de las producciones brutas sean despreciables comparados con las sumas acumuladas. Esto sucede con gran rapidez, puesto que los diferentes términos que se van agregando pueden asimilarse a términos de progresiones geométricas decrecientes, debido a que los coeficientes técnicos de insumo-producto son todos mucho menores que la unidad. Sin embargo, el cálculo puede limitarse a tres o cuatro etapas, estimando el residuo como si se tratara de una progresión geométrica decreciente.

Hasta este momento, se habrían determinado las necesidades de producción de cada sector para satisfacer una unidad de demanda final del primero de ellos, es decir, se habría calculado toda una columna de coeficientes de requisitos directos e indirectos.

Pero las necesidades de producción no sólo provienen de las exigencias de la demanda final de ese primer sector, sino también de las demandas finales de los demás sectores. Por lo tanto, procedería ahora repetir iguales cálculos considerando una demanda final de una unidad para el segundo sector, lo que luego se haría en idéntica forma para cada uno de los sectores restantes, hasta completar todo el cuadro de coeficientes de requisitos directos e indirectos por unidad de demanda final.

Examínense ahora las consideraciones anteriores en forma más rigurosa.

Como se recordará, en el último conjunto de ecuaciones mencionado se expresó la producción bruta de un sector cualquiera en función de las demandas finales de todos los sectores y de los coeficientes de requisitos directos e indirectos por unidad de demanda final. Por lo tanto, para un sector cualquiera i podría anotarse la igualdad:

$$X_i = A_{1i} Y_1 + A_{2i} Y_2 + A_{3i} Y_3 + \dots + A_{ni} Y_n$$

Si se procede por etapas y se desea en una primera fase cuantificar las repercusiones que tendría el abastecimiento de una unidad de demanda final sólo para uno de los sectores (por ejemplo, para un sector cualquiera k) las necesidades de producción estarán dadas por

$$X_i = A_{ki}$$

ya que se ha admitido que $\gamma_k=1$ y para las otras demandas finales no se ha supuesto todavía valor alguno.

Puesto que $i=1, 2, 3, \dots, n$, esto afectaría a toda una columna de coeficientes, es decir, que se registrarían simultáneamente n igualdades de la forma.

$$X_1 = A_{k1}$$

$$X_2 = A_{k2}$$

$$\dots$$

$$X_n = A_{kn}$$

En otras palabras, puede afirmarse que un coeficiente de requisitos directos e indirectos cualquiera es igual a la producción bruta del sector respectivo cuando la demanda final que le corresponde es igual a la unidad y las demandas finales de los otros sectores son nulas, conclusión en que se apoya, en definitiva, el procedimiento.

Sólo restaría por considerar la forma en que -después de efectuados los cálculos descritos para 3 ó 4 etapas -podría estimarse todo el residuo no calculado directamente, como si se tratara de una progresión geométrica decreciente. Para mayor comodidad, designese a los aumentos de producción bruta que se obtienen en cada una de las etapas descritas por

$$\Delta^1, \Delta^2, \Delta^3, \dots, \Delta^{n-1}, \Delta^n$$

y supóngase que los cálculos se hayan efectuado hasta la enésima etapa. La presunción de que los incrementos sucesivos se ajustan a una progresión geométrica decreciente permitiría estimar la suma de los infinitos términos no calculados -que se designará por R - mediante la siguiente expresión:⁹

$$R = \frac{(\Delta^n)^2}{\Delta^n - 1 - \Delta^n}$$

⁹La expresión se deduce partiendo de la fórmula general para la suma de los infinitos términos de una progresión geométrica decreciente:

$$a \frac{1}{1 - q}$$

en la que a es el primer término y q la razón. En este caso, el primer término será Δ^{n-1} y la razón estará dada por el cociente

$$\frac{\Delta^n}{\Delta^{n-1}}$$

Puesto que cada término es igual al producto del anterior por la razón.

$$\Delta^n + 1 = \Delta^n \frac{\Delta^n}{\Delta^{n-1}}$$

Examínese ahora una aplicación del método al ejemplo numérico empleado en párrafos anteriores. Se procederá ante todo a calcular la primera columna de coeficientes de requisitos directos e indirectos, para lo cual se supondrá una demanda final de uno para la agricultura y cero para la industria y servicios. He aquí el desarrollo correspondiente hasta una tercera etapa, así como la estimación del residuo (cifras expresadas en términos de millonésimos):

	Demanda final	Primera Etapa: Δ^1	Segunda Etapa: Δ^2			
		Agricultura 1.000.000	Agricultura 50.000	Industria 100.000	Servicios 100.000	Sub-total
Agricultura	1.000.000	50.000	2.500	20.000	-	22.500
Industria	-	100.000	5.000	26.667	7.143	38.810
Servicios	-	100.000	5.000	6.667	-	11.667

	Tercera Etapa: Δ^3				$\Delta^2 - \Delta^3$	Residuo $(\Delta^2)^2$ $\Delta^2 - \Delta^3$	Total
	Agricultura 22.500	Industria 38.810	Servicios 11.667	Sub-total			
Agricultura	1.122	7.762	-	8.884	13.616	5.797	1.087.181
Industria	2.250	10.349	833	13.432	25.378	7.109	159.351
Servicios	2.250	2.587	-	4.837	6.830	3.426	119.930

En forma similar habría que proceder para el cómputo de la segunda columna de coeficientes, suponiendo esta vez igual a la unidad la demanda final de la industria, y nulas las demandas finales de agricultura y servicios:

Reemplazando ahora en la expresión general y designando por R al residuo (suma de todos los términos a partir de Δ^{n-1}) se tendrá:

$$R = \frac{(\Delta^n)^2}{\Delta^{n-1}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\Delta^n}{\Delta^{n-1}}}$$

o sea:

$$R = \frac{\Delta^n \cdot 2}{\Delta^{n-1} - \Delta^n}$$

	Demanda final	Primera Etapa: Δ^1	Segunda Etapa: Δ^2			
		Industria 1.000.000	Agricultura 200.000	Industria 266.667	Servicios 66.667	Sub-total
Agricultura	-	200.000	10.000	53.333	-	63.333
Industria	1.000.000	266.667	20.000	71.111	4.762	95.873
Servicios	-	66.667	20.000	17.778	-	37.778

	Tercera Etapa: Δ^3				$\Delta^2 - \Delta^3$	Residuo $(\Delta^2)^2$ $\Delta^2 - \Delta^3$	Total
	Agricultura 63.333	Industria 95.873	Servicios 37.778	Sub-total			
Agricultura	3.167	19.175	-	22.342	40.991	12.177	297.852
Industria	6.333	25.566	2.698	34.597	61.276	19.534	1.416.671
Servicios	6.333	6.392	-	12.725	25.053	6.463	123.633

Finalmente, suponiendo igual a la unidad la demanda final de servicios y nulas las demandas finales de agricultura e industria, se obtendría la tercera columna de coeficientes:

	Demanda final	Primera Etapa: Δ^1	Segunda Etapa: Δ^2			
		Servicios 1.000.000	Agricultura -	Industria 71.429	Servicios -	Sub-total
Agricultura	-	-	-	14.286	-	14.286
Industria	-	71.429	-	19.048	-	19.048
Servicios	1.000.000	-	-	4.762	-	4.762

	Tercera Etapa: Δ^3				$\Delta^2 - \Delta^3$	Residuo $(\Delta^2)^2$ $\Delta^2 - \Delta^3$	Total
	Agricultura 14.286	Industria 19.048	Servicios 4.762	Sub-total			
Agricultura	714	3.810	-	4.524	9.762	2.097	20.907
Industria	1.429	5.079	340	6.848	12.200	3.844	101.169
Servicios	1.429	1.270	-	2.699	2.063	3.531	1.010.992

Se estaría entonces en condiciones de resumir los resultados obtenidos en la siguiente matriz de coeficientes de requisitos directos e indirectos por unidad de demanda final:

	Agricultura	Industria	Servicios
Agricultura	1.087.181	0.297.852	0.020.907
Industria	0.159.351	1.416.671	0.101.169
Servicios	0.119.930	0.123.633	1.010.992

Como se ha advertido antes, el método descrito conduce a una estimación aproximada de la magnitud de los coeficientes. Por ello mismo resulta útil tratar de cuantificar la posible magnitud del error que se cometería al operar sobre la base de estos resultados aproximados.

Puesto que los coeficientes de requisitos directos e indirectos sirven para calcular la producción bruta de cada sector dada una hipótesis cualquiera concerniente a la demanda final, podrían reconstituirse los cálculos para el ejemplo numérico y comparar los valores de la producción bruta que así se obtengan con los fijados previamente.

En otras palabras, lo que se hará es utilizar el mismo juego de demandas finales del cuadro inicial, determinar los valores de la producción bruta que se obtendrían usando la matriz de coeficientes de requisitos directos e indirectos por unidad de demanda final y comparar estos resultados con las cifras efectivas de producción bruta disponibles de antemano. Estas operaciones se detallan en los siguientes cálculos:

	Agricultura	Industria	Servicios	Producción bruta estimada	Producción bruta efectiva
Demanda final	65	90	120		
Cálculo de la Producción bruta*					
Agricultura	70.667	26.807	2.509	99.983	100
Industria	10.358	127.500	12.140	149.998	150
Servicios	7.795	11.127	121.319	140.241	140
Total				300.222	390

*Producto de la demanda final por los coeficientes de requisitos directos e indirectos.

Como puede observarse, es mínima la magnitud del error que se comete al adoptar la presunción de que los sucesivos incrementos de producción bruta se ajustan a una progresión geométrica decreciente. En consecuencia el procedimiento descrito parece un buen método para evitar el complejo problema de la inversión de la matriz, y permite llegar a un cuadro de coeficientes de requisitos directos e indirectos por unidad de demanda final lo suficientemente aproximados como para que puedan utilizarse posteriormente en la cuantificación de los efectos que tendría una modificación cualquiera de la demanda final.